

## Zadaci za maturski pismeni ispit iz matematike 2010/11.

1. Izračunati vrednost izraza  $A = \frac{\sqrt{x^2-1}}{\sqrt{x^2-1}-x}$  za  $x = \left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{b}{a}}\right)$ ,  $a > 0$  i  $b > 0$ .
  
2. Za  $0 < a < b$ , izračunati vrednost izraza  $\left(1 + \left(\frac{1}{2}\left(\frac{b}{a}\right)^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}\left(\frac{a}{b}\right)^{-\frac{1}{2}}\right)^{-2}\right)^{\frac{1}{2}}$ .
  
3. Izračunati vrednost izraza:  $\frac{\frac{3}{a^2} + \frac{3}{b^2}}{(a^2 - ab)^3} : \frac{a^{-\frac{2}{3}} 3\sqrt{a-b}}{a\sqrt{a} - b\sqrt{b}}$  za  $a = 1.2$  i  $b = \frac{3}{5}$ .
  
4. Uprostiti izraz:
  - a)  $\left(\frac{x-9}{x+3\sqrt{x}+9} \cdot \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x^3-27}}\right)^{\frac{1}{2}} - \sqrt{x}$ .
  - b)  $\frac{1-a}{a-a^{\frac{1}{2}}} - \frac{a-1}{a^{\frac{2}{3}}+a^{\frac{1}{3}}+1} + a^{-\frac{1}{2}}$ , za  $a > 0$ ,
  
- c)  $\left(\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{x}}\right)^{-1} (0.1)^{\lg(x^{-2}-0.5x^{-1})}$ ,
- d)  $f(x) = \left(\sqrt{4\sqrt{x+1}+7} - \sqrt{x+1} - (0.5)^{\log_2 0.5}\right)^{-1/2}$ ,
  
- e)  $\frac{2a\sqrt{a} + b\sqrt{b} - (b-a)^3(\sqrt{a} + \sqrt{b})^{-3}}{\frac{3}{a^2} + \frac{3}{b^2}} - \frac{(\sqrt{ab} - a)\lg 64}{(b-a)\lg 4}$ .
  
5. Ako je  $x = 4(a-1)$  i  $1 < a < 2$ , izračunati  $(a + \sqrt{x})^{-\frac{1}{2}} + (a - \sqrt{x})^{-\frac{1}{2}}$ .
  
6. Izračunati  $y = \frac{(x-1)\sqrt{3}}{\sqrt{x^2-x+1}}$  za  $x = 2 - \sqrt{3}$ .
  
7. Izračunati:  $\left[ \sqrt{\left(\sqrt{5} - \frac{5}{2}\right)^2} - \sqrt[3]{\left(\frac{3}{2} - \sqrt{5}\right)^3} \right]^{\frac{1}{2}} - \sqrt{2} \sin \frac{7\pi}{4}$
  
8. Ako je  $A = \sqrt{8 + 2\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}$  izračunati  $A^2 + B^2$ ,  $AB$  i  $A+B$ .
  
9. Izračunati  $\sqrt{4 + \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}} + \sqrt{(1 - \sqrt{3})^2}$ .

10. Odrediti  $3x$ , ako je  $\left(x + \frac{2}{3}\right) \frac{\frac{1}{2} \sqrt{3-\sqrt{5}}}{\frac{3}{2^2}(3-\sqrt{5})} = \sqrt{6+2\sqrt{5}}$
11. Za koju vrednost realnog parametra  $a$  jednačina  $a^2(x-1) - (2a+3)x = 9-6a$  nema rešenje?
12. Za koje vrednosti realnog parametra  $a$  se grafici funkcija  $y = 2ax + 1$  i  $y = (a+6)x^2 + 4$  ne seku?
13. Naći najmanji prirodan broj  $n$  takav da su rešenja jednačine  $(n+1)x^2 - 4nx + n - 5 = 0$  pozitivna.
14. Za koje vrednosti realnog parametra  $k$  jednačina  $(k^2 + k - 6)x^2 + 2kx + 1 = 0$  ima različita realna rešenja koja su negativna?
15. Za koliko celobrojnih vrednosti parametra  $m$  jednačina  $mx^2 - 2(m+6)x + 4m = 0$  ima realna i različita rešenja?
16. Data je kvadratna funkcija  $y = (k-2)x^2 - 2kx + 2k - 3$ , gde je  $k$  realan parametar.
- Za koje vrednosti  $k$  je funkcija negativna za svako  $x$ ?
  - Odrediti vrednost parametra  $k$ , tako da je zbir recipročnih vrednosti kvadrata nula fukcije jednak broju 2.
17. Data je jednacina:  $\frac{3x}{a^3-8} - \frac{a}{a^2+2a+4} = \frac{x-1}{a-2}$ .
- Rešiti po  $x$  datu jednačinu i diskutovati rešenja.
  - Odrediti parametar  $a$ , tako da rešenje jednačine bude pozitivno.
18. Dat je kvadratni trinom  $f(x) = (p-2)x^2 - 2px + 2p - 3$ ,  $p \in R, p \neq 2$ .
- Za koje vrednosti parametra  $p$  vazi  $f(x) > 0$ ,
  - Ako su  $x_1$  i  $x_2$  rešenja  $f(x) = 0$  odrediti realan parametar  $p$  tako da važi  $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = 2$ .
19. Za koje vrednosti realnog parametra  $m$  za rešenja jednačine  $x^2 + (2m+2)x + m = 0$  važi  $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} > 8$
20. Za koje vrednosti realnog parametra  $a$  jednačina  $|x^2 - 5x + 4| = a$  ima maksimalan broj rešenja?
21. Za koje vrednosti realnog parametra  $k$  jednačina  $|x^2 - 2x - 8|x-1| + 13| = k$  ima šest rešenja?

22. Odrediti koja rešenja jednačine  $\frac{1}{\cos^2 x} - 4 \operatorname{tg} x = -2$ , zadovoljavaju uslov:  $4^{2x} - 2^\pi \geq 0$

23. Rešiti sisteme jednačina i diskutovati po parametru  $a$

$$\text{a) } \begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + ay - 3z = 1 \\ ax - y + z = 0 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 2x + y - z = -1 \\ -4x - 2y + az = a \\ (a-1)x + y + z = 2 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} x + y + (1-a)z = a \\ (1-a)x - y + z = -1 \\ x + (a-1)y - z = 0 \end{cases}$$

24. Rešiti iracionalne jednačine:

$$\text{a) } \sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}} = 1,$$

$$\text{b) } \sqrt{x-3-2\sqrt{x-4}} + \sqrt{x-4\sqrt{x-4}} = 1.$$

25. Rešiti eksponencijalne jednačine:

$$\text{a) } 3^{2x} - \sqrt{2} \cdot 2^x - \sqrt{2} \cdot 2^{x+3} = -\frac{1}{3} \cdot 9^x, \quad \text{b) } 8 \cdot \sqrt[3]{3^2} + 27 \cdot 2^{\frac{2}{x}} = 5 \cdot 6^{\frac{1}{x}+1},$$

$$\text{c) } 4^{x+\sqrt{x^2-2}} - 5 \cdot 2^{x-1+\sqrt{x^2-2}} = 6, \quad \text{d) } 9^{\sin^2 x} - 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\cos^2 x} = 6,$$

$$\text{e) } 4^{\cos 2x} + 4^{\cos^2 x} = 3, \quad \text{f) } 4^{\operatorname{tg}^2 x} + 2^{\frac{1}{\cos^2 x}} = 80$$

$$\text{g) } x^2 5^{\sqrt{3x-2}} + 5^{2+x} = 5^{\sqrt{3x-2}+2} + x^2 5^x.$$

26. Odrediti  $A = 2^B - 10^C$ , ako je  $B = \frac{1}{\log_6 2}$  i  $C = \frac{2}{\log_2 10}$

27. Rešiti logaritmanske jednačine:

$$\text{a) } \log_{(x+1)} 3 + \log_{2x} \frac{1}{3} = 0, \quad \text{b) } \log_{2x} \frac{1}{2} \cdot \log_{\frac{x}{4}} 4 = \log_x 2,$$

$$\text{c) } \log_4(x+12) \cdot \log_x 2 = 1, \quad \text{d) } \log_4 4x - 5\sqrt{\log_4 x + 3} = 0,$$

$$\text{e) } \frac{1}{\sqrt{2x-1}} = (2x-1)^{\log \frac{1}{4}(1+7x-2x^2)}, \quad \text{f) } 5^{2(\log_5 2+x)} - 2 = 5^{x+\log_5 2},$$

$$\text{g) } \log_{(1-2x^2)} x = \frac{1}{4} - \frac{3}{\log_2(1-2x^2)^4}, \quad \text{h) } x^{\log_4 x - 2} = 2^{3(\log_4 x - 1)},$$

$$\text{i) } x^{2\lg^3 x - \lg \sqrt{x^3}} = 10, \quad \text{j) } \frac{1}{2x} \lg 2 = \lg(2^{\frac{1}{x}} - 2),$$

$$\text{k) } \log_{0.5}(x-12) = -\log_2 \sqrt{x}, \quad \text{l) } \log_2(9^{x+2} + 7) = 2 + \log_2(3^{x+2} + 1),$$

m)  $\lg(\lg x) + \lg(\lg x^3 - 2) = 0,$  n)  $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) + \log_{\frac{1}{2}}(x+1) - \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}(7-x) = 1,$

o)  $\lg^2(100x) - \lg^2(10x) + \lg x = 9,$  p)  $\log_{0.5}(2x-3) > -3 \wedge x^2 - 4x > 0,$

r)  $\frac{\lg(41+x^2+2x)}{\lg(9-x)} - \log_{(x+1)}(x^2+2x+1) = 0.$

28. Rešiti nejednačine:

a)  $\frac{x+2}{|3-x|} + \frac{x+2}{x-6} \leq 0,$  b)  $1 + \log_{(3x+1)^2} 25 * \log_5(11-3x) \geq \frac{5}{\log_2(3x+1)},$

c)  $-6 < \frac{2x^2+ax-4}{x^2-x+1} < 4,$  d)  $1 + \frac{\log_7(9-x)}{\log_{49}(4+x)^2} \geq \frac{2 - \log_{\sqrt{5}} 2}{\log_5(4+x)},$

e)  $\left| \frac{x^2-3x-4}{x^2+x+1} \right| < 2,$  f)  $256^{\frac{x-\sqrt{x-1}}{3}} - 18 * 16^{\frac{x-\sqrt{x-1}}{3}} + 32 < 0,$

g)  $\frac{|x-2|}{x^2-3x+2} \geq 2,$  h)  $\frac{x-3}{2} \geq \frac{(\sqrt{x-5})^2}{x-6}.$

29. Rešiti nejednačine:

a)  $3\sqrt{6+x-x^2} > 4x-2,$  b)  $\sqrt{3x^2-2x-1} > 2(x-1),$

c)  $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} > \frac{x}{2},$  d)  $\sqrt{x^4-2x^2+1} > 1-x,$

e)  $\sqrt{\frac{3+2x}{4-x}} > -\sqrt{3}.$

30. Rešiti eksponencijalne nejednačine:

a)  $4^{\sqrt{9-x^2}} + 2 < 9 \cdot 2^{\sqrt{9-x^2}},$  b)  $2^{\sqrt{x^2-3x+3}} > 2^{\sqrt{x}},$

c)  $(x-1)^{\frac{2x-1}{2-x}} \geq 1,$  d)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x+4}} > \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2+3x+4}}.$

31. Rešiti logaritamske nejednačine:

a)  $\log_5 x \geq \log_{25}(3x-2),$  b)  $\log_{0.25} \left( \frac{2x+1}{x+3} + \frac{1}{2} \right) > \frac{1}{2},$

c)  $\log_{\frac{1}{2}} \left( \log_3 \frac{x+3}{x+1} \right) \geq 0,$  d)  $\log_2(\log_4 x) + \log_4(\log_2 x) \leq -4,$

e)  $\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}} (6^{x+1} + 36^x) \geq -2,$  e)  $\log_5 \sqrt{3x+4} \cdot \log_x 5 > 1,$

f)  $\log_2(x^2 - x - 6) + \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 4x - 12) \leq 2.$

32. Rešiti trigonometrijske jednačine:

a)  $\operatorname{tg}x + \operatorname{ctg}x = \frac{5}{2},$

b)  $3\sin^2 x - 4 \sin x \cos x + 5 \cos^2 x = 2,$

c)  $8\cos^2 x + 6 \sin x - 3 = 0, \quad d) \quad 2\cos^2\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) + 5 \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - 4 = 0 \text{ na } (-\pi, \pi),$

e)  $\operatorname{tg}x = 2 \cos \frac{x}{2}$

f)  $2\sin^3 x - 3 \sin x \cos x = 0 \text{ na } [0, \pi].$

33. Odrediti broj nula funkcije:

a)  $f(x) = \sin x + \sqrt{3} \cos x \text{ na } (0, 2\pi], \quad b) \quad f(x) = \sin x + \cos x \text{ na } (-\pi, \pi].$

34. Odrediti oblast definisanosti funkcije:  $f(x) = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{x}-7} - (1.5)^{\frac{7}{3x}-3}}$

35. Uprostiti funkciju  $f(x)$ , a zatim naći  $f'(x)$ :

a)  $f(x) = \left[ 2\left(\frac{1}{x}\right)^{-\frac{1}{2}} + \left(\frac{1}{1+x}\right)^{-1} \right]^{\frac{1}{2}} \left[ \sqrt{\frac{1}{x}} + 1 \right]^{-1} 7^{\log_{49} 3},$

b)  $f(x) = \left( \left( \sqrt{17} + \sqrt{x} \right)^2 - \frac{\sqrt{17^3} - \sqrt{x^3}}{\sqrt{17} - \sqrt{x}} \right)^2 4^{\log_2 x - 0.5 \log_2 17}.$

36. Rešiti trigonometrijske nejednačine:

a)  $\sin x + \sqrt{3} \cos x > \sqrt{3}, \quad b) \quad \sin^2 x > \sin 2x.$

37. Odrediti  $x$  tako da funkcija  $f(x) = 2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$  bude negativna u osnovnom periodu.

38. Odrediti  $x$  tako da funkcija  $f(x) = 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$  bude pozitivna u osnovnom periodu

39. Ako su  $\alpha$  i  $\beta$  oštri uglovi za koje je  $\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{7}$  i  $\operatorname{tg}\beta = \frac{1}{3}$ . Naći  $\alpha + 2\beta$ .

40. Ako je  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$  i  $\cos \beta = \frac{3}{5}$ ,  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ ,  $\beta \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$  izračunati  $\sin(2\alpha + \beta)$ .

41. Dokazati jednakost  $\sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 80^\circ = \frac{\sqrt{3}}{8}$ .

42. Ako je u trouglu  $a = 6\sqrt{2}cm$ ,  $\gamma = \frac{\pi}{4}$  i njegova površina je  $42cm^2$  naći dužinu stranice c.
43. Dužine stranica jednog trougla su 7cm, 8cm i 13cm. Naći najveći ugao tog trougla.
44. Osnova prizme je jednakokraki trougao osnovice  $a$  i ugla na osnovici  $\alpha$ . Odrediti zapreminu prizme ako je površina omotača jednaka zbiru površina njenih osnova.
45. Osnovna ivica pravilne trostrane piramide je  $a$ , a bočna strana nagnuta je prema ravni osnove pod uglom  $\alpha$ . Naći površinu i zapreminu piramide.
46. Osnova piramide je romb visine 24cm i dužine dijagonale osnove 30cm. U prizmu je upisan valjak. Izračunati odnos zapremina valjka i prizme ako je visina tela jednaka kraćoj dijagonalni romba.
47. Osnove zarubljene piramide su kvadrati sa stranicama 8cm i 4cm. Jedna bočna strana, koja je jednakokraki trapez, normalna je na ravan osnove, a naspramna bočna strana obrazuje sa ravnim većem osnovnim ugao od  $\frac{\pi}{3}$ . Naći površinu omotača zarubljene piramide.
48. Prava kupa izdubljena je pomoću valjka, čija je visina jednaka polovini visine kupe i čija se osa poklapa sa osom kupe. Poluprečnik osnove kupe je  $R = 3cm$ , osnove valjka  $r = 1cm$ , a izvodnica kupe je  $s = 5cm$ . Izračunati površinu i zapreminu izdubljenog tela.
49. Visina pravilne zarubljene četverostrane piramide je 6cm, a zapremina  $152cm^3$ . Površine osnove odnose se kao 4:9. Odrediti površinu omotača zarubljene piramide.
50. Jednakokraki trapez osnovica 12cm i 6cm i kraka 5cm, rotira oko prave koja je paralelna sa većom osnovicom trapeza i od nje na odstojanju 2cm. Naći površinu i zapreminu tako dobijenog tela.
51. Oko lopte poluprečnika R opisana je prava kružna kupa visine 4R. Naći odnos zapremina lopte i zapremine kupe.
52. Osnovne ivice pravilne trostrane piramide su 6cm, 8cm i 10cm, a bočna ivica je  $5\sqrt{26}cm$ . Odrediti zapreminu lopte opisane oko te piramide.
53. Izračunati dužine stranica trougla znajući da one obrazuju aritmetički niz sa diferencijom  $\frac{r}{4}$ , gde je r poluprečnik upisane kružnice u trouglu.
54. Ako stranice pravouglog trougla obrazuju aritmetički niz sa razlikom 5, naći njihove dužine.
55. Dat je pravougaonik površine  $48cm^2$ . Njegove stranice i dijagonala obrazuju aritmetički niz. Naći njihove dužine.

56. Dat je niz  $1,8,22,43,71,\dots$  takav da razlike njegovih uzastopnih članova čine aritmetički niz. Odrediti 301.-član polaznog niza.
57. U geometrijskom nizu važi  $a_1 + a_5 = 51$  i  $a_2 + a_6 = 102$ . Ako je zbir prvih  $n$  članova niza 3069, naći ukupan broj članova tog niza tj.  $n$ .
58. Zbir tri broja koji obrazuju rastući geometrijski niz je 126. Ako je srednji član 24, naći najmanji član.
59. Tri broja čine geometrijski niz. Ako se drugi član uveća za 2, dobija se aritmetički niz. Ako se treći član aritmetičkog niza poveća za 16, dobija se geometrijski niz. Odrediti te brojeve.
60. Odrediti koordinate temena A trougla ABC ako su date jednačine težišne linije  $t_c: 4x + 13y + 24 = 0$  i simetrala ugla  $\gamma$   $s_\gamma: x + 2y + 1 = 0$  i teme B(2,1).
61. Napisati jednačinu kružnice koja sadrži koordinanti početak, a prave  $3x - 4y + 8 = 0$  i  $3x + 4y + 8 = 0$  su mu tangente.
62. Data je jednačina elipse  $\frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{17} = 1$ . Odrediti jednačinu konfokalne hiperbole čije su asimptote  $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$ .
63. Prava  $2x + y - 12 = 0$  seče parabolu  $y^2 = 4x$ . Odrediti:
  - Ugao između tangenti konstruisanih u presečnim tačkama prave i parabole,
  - Jednačinu tangente parabole koja je paralelna sa datom pravom,
  - Jednačinu kružnice opisane oko trougla cija su temena presečne tačke tangenata.
64. Date su jednačine stranice AB:  $3x + y - 2 = 0$ , simetrale ugla  $\beta$ ,  $s_\beta: x - y + 8 = 0$  i visine iz temena C,  $h_c: x - 3y + 30 = 0$  trougla ABC. Odrediti koordinate temena C.
65. Napisati jednačinu kružnice koja u tački T(2,1) dodiruje pravu  $2x + y - 5 = 0$  i dodiruje pravu  $2x + y + 15 = 0$ .
66. Tetiva elipse  $x^2 + 3y^2 = 36$  na pravoj  $x - y = 6$  je osnova jednakokrakog trougla čiji je vrh na osi Oy. Naći površinu ovog trougla.
67. Date su tačke A(5,2), B(-2,3) i C(1,-6). Izračunati koordinate centra S opisanog kruga, težište T i ortocentar V trougla ABC. Pokazati da tačke S, T i V leže na istoj pravoj i odrediti jednačinu te prave.

68. Data je funkcija  $f(x) = \frac{(x-3)^2}{x-1}$ .
- Ispitati i grafički predstaviti datu funkciju,
  - Izračunati površinu dela ravni  $xOy$  između krive  $y = f(x)$ , prave  $x = 2$  i ose  $Ox$ .
69. Date su krive  $x^2 + y^2 = 16$  i  $y^2 = 4(x+1)$ .
- Odrediti ugao preseka datih krivih,
  - Izračunati površinu lika koji je ograničen ovim krivama u intervalu  $[-1,4]$ .
70. Data je funkcija  $f(x) = x^3 + ax^2 + 9x + 4$ .
- Odrediti parametar  $a$  tako da funkcija ima ekstremum za  $x = -1$ .
  - Za dobijenu vrednost parametra  $a$  nacrtati grafik i ispitati promenu funkcije.
  - Izračunati površinu ograničenu krivom, osom  $Ox$  i  $Oy$ .
71. Data je parabola  $y^2 = 8(x-2)$  i njena tačka  $A(4, y > 0)$ .
- Napisati tangentu parabole u tački A.
  - Izračunati zapreminu koja nastaje rotacijom oko x-ose figure ograničene tangentom parabole, lukom parabole i x-osom.
72. Data je funkcija  $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 1}$ .
- Ispitati tok i nacrtati grafik funkcije,
  - Odrediti površinu ograničenu lukom krive i odsečcima koordinatnih osa.
73. Izračunati površinu ograničenu lukom krive  $y = \frac{2}{3}x^3 - x^2 - 4x$ , x-osom i ordinatama njenih ekstremnih tačaka.
74. Izračunati:  $\int_0^2 x\sqrt{4+x^2} \operatorname{arctg} \frac{x}{2} dx$ .
75. Izračunati:  $\int_0^{0.5} \sqrt{1+4x^2} \operatorname{arctg} 2x dx$ .
76. Izračunati:  $\int_0^{\pi/4} (\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x})^2 \cos 2x dx$ .
77. Izračunati:  $\int_1^2 \frac{1+\ln x}{x(1-\ln x)} dx$ .

78. Za koju vrednost  $x$  u razvijenom obliku binoma  $(\sqrt{2^x} + \frac{1}{\sqrt{2^{x-1}}})^n$  zbir trećeg i petog člana je 135, ako je zbir binomnih koeficijenata poslednjih tri člana 22.
79. Odrediti  $x$  u izrazu  $\left((\sqrt{x}) \frac{1}{\lg x+1} + \sqrt[12]{x}\right)^6$ , a ako je četvrti član razvijenog binoma 200.
80. Odrediti  $x$  tako da zbor trećeg i sedmog člana u razvoju binoma  $(\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x})^8$  bude 7.
81. U razlaganju binoma  $\left(a^2 \sqrt[3]{a} - \frac{2}{a^3 \sqrt{a}}\right)^n$  naći član koji ne sadrži  $a$ , ako je odnos binomnih koeficijenata petog i trećeg člana 1:2.
82. Zbir binomnih koeficijenata drugog i trećeg člana u razvoju binoma  $\left(\sqrt[5]{x^2} - \frac{1}{2 \cdot \sqrt[6]{x}}\right)^n$  jednak je 153. Naći član koji ne sadrži  $x$ .
83. Naći članove u razvoju  $(\sqrt[3]{3} + \sqrt{2})^5$  koji nisu iracionalni.
84. Odrediti sve racionalne članove u razvijenom obliku binoma  $\left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt[3]{x}\right)^{12}$ .
85. **Koliko ima petocifrenih prirodnih brojeva deljivih sa pet koji se mogu napisati pomoću cifara 0,1,2,3,4,5 ako se cifre ne ponavljaju?**
86. Koliko ima brojeva između 1000 i 5000 koji se mogu napisati pomoću cifara 0,1,2,3,4,5,6 kod kojih cifra stotina 2 i cifre se ne ponavljaju?
87. Na koliko načina od 7 žena i 4 muškarca možemo izabrati petočlanu delegaciju u kojoj su:
- a) tačno dve žene,                    b) bar dve žene.
88. U kutiji se nalazi 4 bele, 5 plavih i 6 crvenih kuglica. Izvlače se 4 kuglice odjednom. Na koliko načina se može izvući:
- a) jedna bela i dve plave,        b) nijedna crvena
89. Žurci prisustvuje 12 devojaka i 15 mladića. Na koliko načina je među njima moguće izabrati četiri para za igru?
90. Od osam učenika treba sastaviti košarkaški tim od pet članova tako da se od dva najviša učenika bira jedan centar, a od preostalih šest učenika, biraju se dva beka, a zatim još dva krila. Na koliko načina se može sastaviti tim?

91. U kutiji se nalaze kuglice numerisane brojevima 1,2,3,...,10. Iz kutije se istovremeno vade tri kuglice. U koliko slučajeva će zbir brojeva na izvučenim kuglicama biti:

- a) jednak 9, b) veći ili jednak 9?

92. U skupu prirodnjih brojeva rešiti se jednačine:

$$\text{a) } \binom{n}{3} + \binom{n}{2} = 15(n - 1), \quad \text{b) } \binom{n+1}{3} : \binom{n}{4} = 6 : 5.$$

93. U skupu prirodnih brojeva rešiti nejednačine :

$$a) \quad 9V_n^3 > 5\overline{V_n^3}, \quad b) \quad 3V_n^4 > V_{n-1}^5.$$

94. Odrediti prirodni broj  $n$  tako da važi:  $3\binom{2n}{n+1} = 2\binom{2n+1}{n-1}$ .